Démarche dérivation, tableau de variations, classe de première

- Résoudre $f'(x)=0$ permet de trouver les extremums d'une fonction et de compléter le tableau de variations.
- C'est l'intervalle donné dans l'énoncé qui permet de donner la première valeur et la dernière valeur de x dans le tableau de variations, dans les exemples ci-dessous on prendra [-10;10]

La fonction $f(x)$ est du troisième degré, la dérivée est du second degré, on résout à l'aide du discriminant. Le delta peut être positif (deux solutions), égal à zéro (une solution), inférieur à zéro (pas de solution).

Rappel : constante → 0 ; x → 1 ; $ax+b \rightarrow a$; $x^2 \rightarrow 2x$; $ax^2 \rightarrow a\times 2x$; $x^3 \rightarrow 3x^2$; $ax^3 \rightarrow a\times 3x^2$

Exemple : $f(x)=4x^3-3x^2-7x-9$

$f'(x)=4\times 3x^2-3\times 2x-7\times 1-0$

$f'(x)=12x^2-6x-7$, $f'(x)=0$ soit $12x^2-6x-7=0$

$12x^2-6x-7=0$ est une équation de la forme de $ax^2+bx+c=0$

avec $a=12$ $b=-6$ $c=-7$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(-6)^2-4\times 12\times(-7)=372$

$\Delta>0$ soit deux solutions $x_1=\dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2=\dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1=\dfrac{-(-6)+\sqrt{372}}{2\times 12}$ et $x_2=\dfrac{-(-6)-\sqrt{372}}{2\times 12}$

$x_1=1{,}053$ et $x_2=-0{,}554$

Exemple : $f(x)=2x^3+5x^2+5x+6$

$f'(x)=2\times 3x^2+5\times 2x+5\times 1+0$

$f'(x)=6x^2+10x+5$, $f'(x)=0$ soit $6x^2+10x+5=0$

$6x^2+10x+5=0$ est une équation de la forme de $ax^2+bx+c=0$

avec $a=6$ $b=10$ $c=5$

$\Delta=b^2-4ac$

$\Delta=(10)^2-4\times 6\times 5=-20$

$\Delta<0$

Il n'y a pas de solution

La fonction $f(x)$ est du deuxième degré, la dérivée est du premier degré, on résout en mettant les x à gauche du égal, les nombres sans x à droite du égal

Exemple : $f(x)=5x^2-20x+8$

$f'(x)=10x-20$

$f'(x)=0$ soit $10x-20=0$

$10x-20+\mathbf{20}=0+\mathbf{20}$

$10x=20$

$\dfrac{10}{\mathbf{10}}x=\dfrac{20}{\mathbf{10}}$

$x=2$

On place dans le tableau de variations les valeurs de x trouvées et données dans le sens croissant.

On choisit une valeur de x entre -10 et -0,554, on remplace dans la dérivée, on trouve le signe de la dérivée dans cet intervalle, on en déduit les autres signes et les variations.

$f'(-5)=12\times(-5)^2-6\times(-5)-7=323$ Soit + donc après – et +

x	–10		–0,554		1,053		10
f '(x)		+	0	–	0	+	
f(x)	-4239	↗	-6,72	↘	-15,03	↗	3621

On complète le tableau par le calcul de $f(-10)$; $f(-0{,}554)$; $f(1{,}053)$ et $f(10)$

On choisit une valeur de x entre -10 et 10, on remplace dans la dérivée, on trouve le signe de la dérivée, on en déduit la variation de la fonction.

$f'(0)=6\times 0^2+10\times 0+5=5$ Soit +

x	–10		10
f '(x)		+	
f(x)	–1544	↗	2556

On complète le tableau par le calcul de $f(-10)$ et $f(10)$

On choisit une valeur de x entre -10 et 2, on remplace dans la dérivée, on trouve le signe de la dérivée dans cet intervalle, on en déduit le signe de la dérivée sur l'intervalle [2;10] et les variations de la fonction.

$f'(0)=10\times 0-20=-20$ Soit – et +

x	–10		2		+10
f '(x)		–	0	+	
f(x)	708	↘	2	↗	308

On complète le tableau par le calcul de $f(-10)$; $f(2)$ et $f(10)$