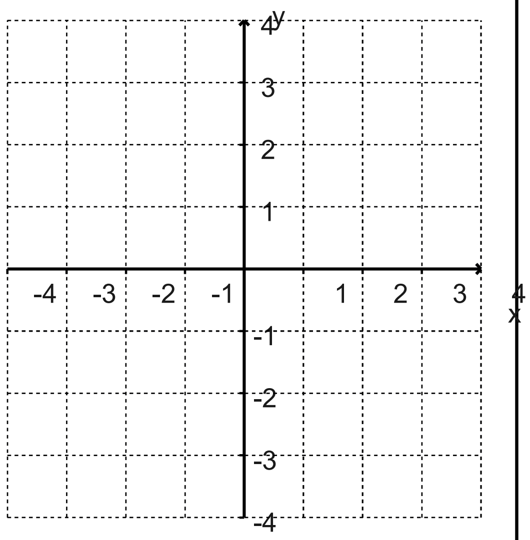
FONCTIONS NUMÉRIQUES, GÉNÉRALITÉS ET INTERPRÉTATION GRAPHIQUE

I) REPRÉSENTATION GRAPHIQUE ET INTERPRÉTATION

1) Rappel



- L'axe des abscisses est l'axe horizontal, l'axe des ordonnées est l'axe vertical (Penser à haut pour **o**rdonnées). On lit les antécédents sur l'axe des abscisses, les images sur l'axe des ordonnées.
- $x=0$ est l'axe des ordonnées
- $y=0$ est l'axe des abscisses
- $x=k$ est la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par $x=k$ (k un nombre)
- $y=k$ est la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par $y=k$ (k un nombre)

Exemples : tracer y=2 ; y=-3 ; x=-1 ; x=4

Remarque : on se souviendra que pour les équations de droite c'est $y=k$ et pas $f(x)=k$

2) Lecture d'images, lectures d'antécédents.

Exemple : tracer la représentation graphique de la fonction f telle que $f(x)=2x^2-5$ sur [-3;3]

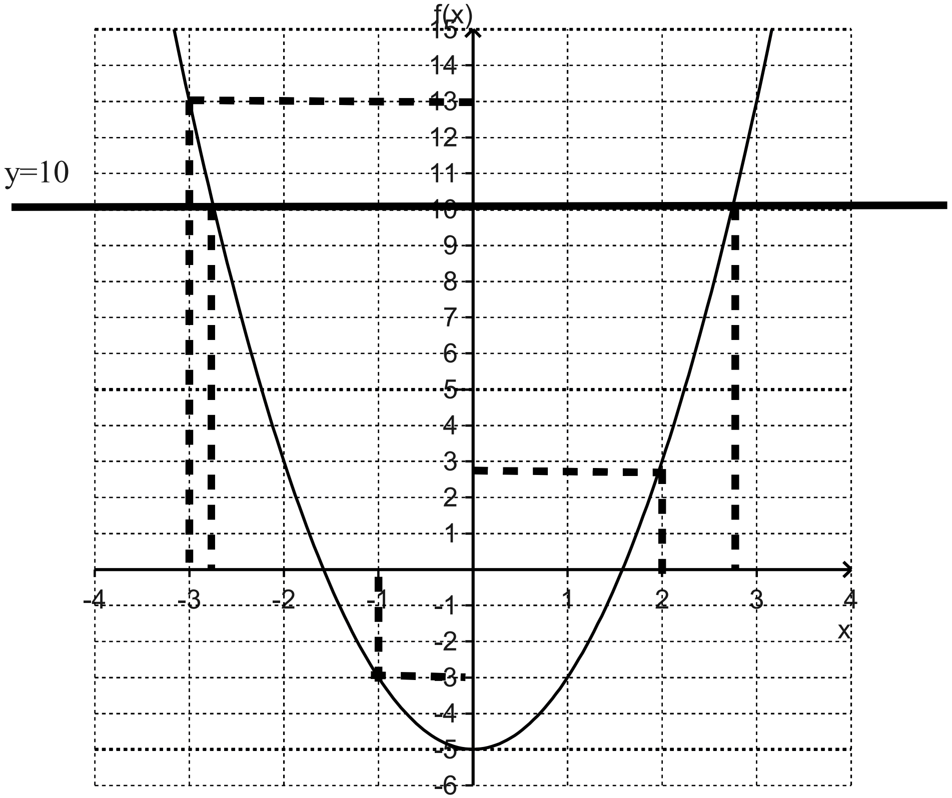
Remarque : dans $2x^2-5$ la puissance la plus importante est un carré. Je sais que c'est une parabole, je dois dresser un tableau de valeur pour avoir plusieurs points.

L'intervalle de définition est [-3;3] je dois avoir comme première valeur dans mon tableau -3 et comme dernière valeur 3.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)							

Déterminer l'image de 1 par la fonction f c'est équivalent à calculer $f(1)$. Graphiquement je pars de la valeur 1 sur **l'axe des abscisses**, verticalement je me déplace en direction de la courbe, à l'intersection je lis la valeur de l'image **sur l'axe des ordonnées**. Pour une abscisse il n'y a qu'une image.

Déterminer graphiquement les images de -3 ; 2. Déterminer $f(-1)$



Pour déterminer le ou les antécédents de 10 on trace la droite d'équation y=10. Les abscisses des points d'intersections sont les antécédents de 10.soit environ -2,7 et 2,7. Pour une image il peut y avoir plusieurs antécédents.

Déterminer les antécédents de -4 et de -5

3) Résolution d'équations

> Résoudre l'équation $f(x)=k$ c'est trouver les valeurs des abscisses des points d'intersection de la représentation graphique de la courbe et de la droite parallèle à l'axe des abscisses passant par l'ordonnée k. Si k = 0 les solutions de l'équation sont les valeurs des abscisses des points d'intersections de la représentation graphique avec l'axe des abscisses.

Exemple : dans le graphique précédent résoudre $f(x)=5$ et $f(x)=-6$

Rappel : les solutions d'une équation se présentent de la façon suivante $S=\{x_1 ; x_2; \dots x_k\}$

On se souviendra que la méthode pour trouver les antécédents de façon graphique ou pour résoudre une équation, la méthode est la même.

4) Résolutions d'inéquations, position relative de deux courbes, position relative d'un courbe

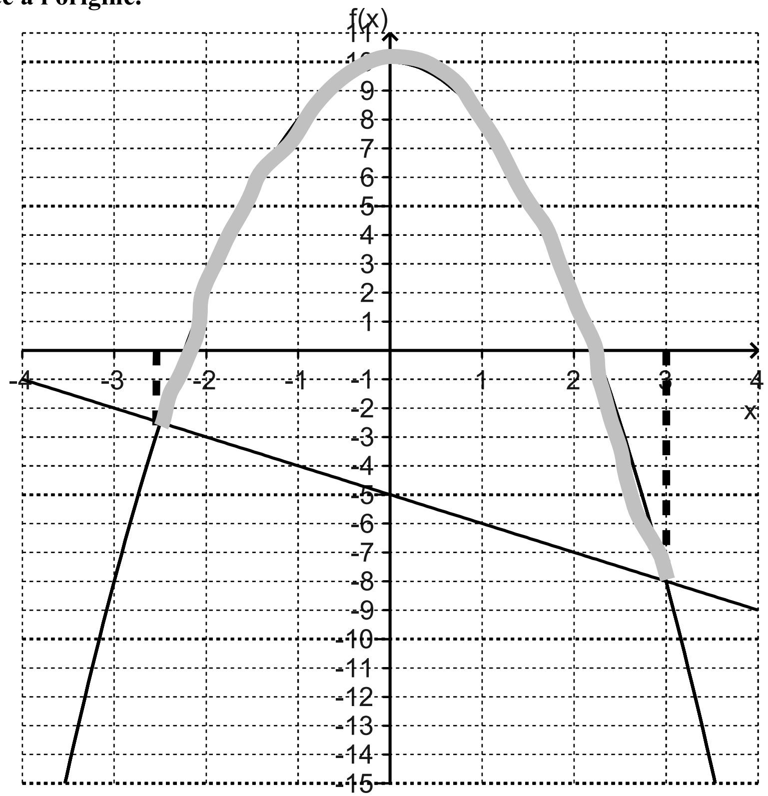
Résoudre $f(x) \geq g(x)$ c'est déterminer les valeurs de x pour lesquelles la représentation graphique de la fonction f(x) est **au dessus** de la représentation graphique de la fonction g(x), respectivement $f(x) \leq g(x)$ c'est déterminer les valeurs pour lesquelles la représentation graphique de la fonction f(x) est au **dessous** de la représentation graphique de la fonction g(x)

Conséquences :

Résoudre $f(x) \geq 0$ c'est trouver les valeurs de x pour lesquelles la représentation graphique de la fonction f(x) est **au dessus** de l'axe des abscisses
Résoudre $f(x) \leq 0$ c'est trouver les valeurs de x pour lesquelles la représentation graphique de la fonction f(x) est **au dessous** de l'axe des abscisses

Exemple : tracer les fonctions les représentations graphiques des fonctions définies par $f(x) = -2x^2 + 10$ et $g(x) = -x - 5$

Remarque : $g(x)$ est une fonction affine, sa représentation graphique est une droite, deux points suffisent pour la tracer, on sait qu'elle passera sur l'axe des ordonnées par -5 son ordonnée à l'origine.



Résoudre graphiquement $f(x) \geq g(x)$

Étape 1 : trouver les points d'intersection, noter les abscisses.
Étape 2 : à l'aide d'un stabilo de couleur repasser la partie de la courbe qui est au dessus de la droite
Étape 3 : présenter la solution. S=[-2,5;3]

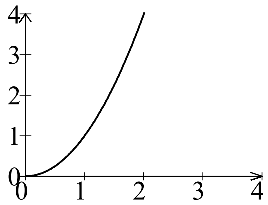
Rappel pour les crochets : pour ≥ ou ≤ les crochets sont tournés vers la solution $[x_1 ; x_2]$. Pour > ou < les crochets sont tournés vers l'extérieur $]x_1 ; x_2[$.

5) Sens de variations d'une fonction, tableau de variations

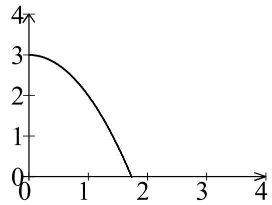
Une fonction f est croissante lorsque x et f(x) varient dans le même sens. Une fonction f est décroissante lorsque x et f(x) varient en sens contraire

De façon générale. Si pour tous nombres x_1 et x_2 d'un intervalle I = [a;b], tels que , $x_1 < x_2$ on a :

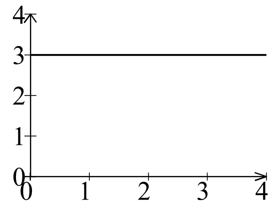
- $f(x_1) \leq f(x_2)$ alors la fonction est **croissante** sur I
- $f(x_1) \geq f(x_2)$ alors la fonction est **décroissante** sur I
- $f(x_1) = f(x_2)$ alors la fonction est **constante** sur I



Fonction croissante



Fonction décroissante



Fonction constante

Le tableau de variations est un résumé de la variation d'une fonction sur son domaine de définition présenté sous forme de tableau. Lorsqu'il y a un changement de variations alors la fonction admet un maximum ou un minimum.

Attention ce n'est pas parce qu'un point a l'ordonnée la plus basse ou l'ordonnée la plus haute qu'il est le minimum ou respectivement le maximum. Il faut obligatoirement un changement de variations.

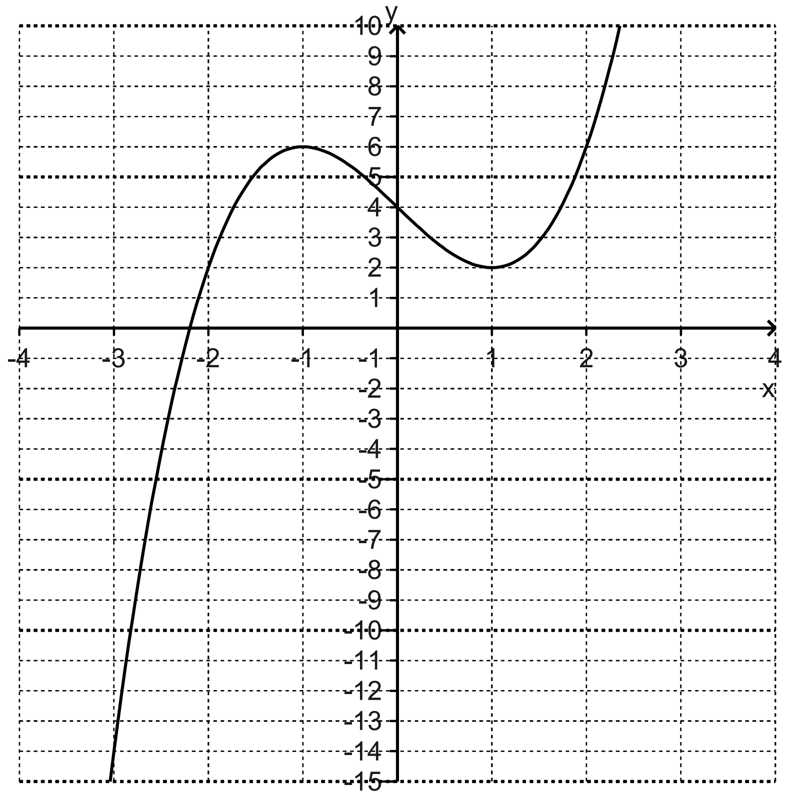
x	x_0
variations de f(x)	↘ $f(x_0)$ ↗

La fonction f admet un **minimum** pour $x = x_0$ en $f(x_0)$

x	x_0
variations de f(x)	↗ $f(x_0)$ ↘

La fonction f admet un **maximum** pour $x = x_0$ en $f(x_0)$

Dresser le tableau de variations de la fonction représentée ci-dessous sur [-3;2]. Donner les coordonnées du minimum et du maximum.



__Rappels :__

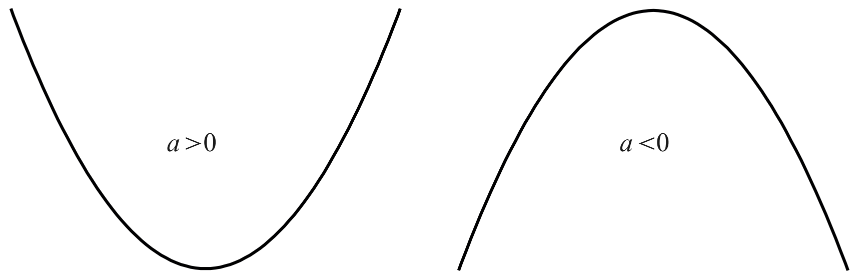
– *Variations des fonctions affines et linéaires.*

L'expression des fonctions étant respectivement $f(x)=ax$ et $f(x)=ax+b$ on se rappellera que la valeur du coefficient directeur **a** donne la variation de la fonction. Si $a>0$ la fonction est croissante, si $a<0$, la fonction est décroissante. On notera de plus que ces fonctions n'admettent pas de maximum ou de minimum.

Exemple : Soit $f(x)=-2x$ et $g(x)=4x-7$, dresser le tableau de variations des fonctions sur l'intervalle [-5;5]. Tracer les représentations graphiques, vérifier.

– *Variations des fonctions du second degré.*

Si l'on a une fonction de la forme $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a\neq 0$ alors on se rappellera des deux schémas suivants où l'on voit bien que la valeur de a donne le sens de variations de la fonction. Par conséquent si $a>0$ la fonction admet un minimum, si $a<0$ la fonction admet un maximum.



Exemple : Tracer les représentations graphiques puis les tableaux de variations des fonctions définies par $f(x)=-3x^2-4x+7$ et $g(x)=1{,}5x^2-8$ sur l'intervalle [-5;5]

– *Variations des fonctions cubes*
Si l'on a une fonction de la forme $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ avec $a\neq 0$ alors la fonction admet un maximum **et** un minimum.